חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי א

פרק 17 - אינטגרלים מיידיים

תוכן העניינים

1. אינטגרלים מידיים 1
2. מציאת פונקציה קדומה 4

אינטגרלים מיידיים

שאלות

חשבו את האינטגרלים בשאלות **1-12** (פתירה על ידי הכלל: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$):

1) $\int 4dx$ **2)** $\int x^4 dx$ **3)** $\int \frac{1}{x^2} dx$

4) $\int \sqrt{x} dx$ **5)** $\int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$ **6)** $\int 4x^{10} dx$

7) $\int (2x^2 - x + 1) dx$ **8)** $\int \left(\frac{3}{x^4} + 2\sqrt[3]{x}\right) dx$ **9)** $\int (x^2+1)^2 dx$

10) $\int (x^2+1)(x+2) dx$ **11)** $\int \frac{1+2x^2+x^4}{x^2} dx$ **12)** $\int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx$

חשבו את האינטגרלים בשאלות **13-20**:

(פתירה על ידי הכלל: $\int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a\cdot(n+1)} + c$)

13) $\int (4x+1)^{10} dx$ **14)** $\int (x^2-2x+1)^{10} dx$ **15)** $\int \frac{4}{(x-2)^5} dx$

16) $\int \sqrt[3]{4x-10} dx$ **17)** $\int \frac{10}{\sqrt{2x+4}} dx$ **18)** $\int \frac{x}{(x-1)^4} dx$

19) $\int \frac{dx}{\sqrt{x-1}-\sqrt{x}}$ **20)** $\int \frac{xdx}{\sqrt{x+1}+1}$

חשבו את האינטגרלים בשאלות **21-26**:

(פתירה על ידי הכלל: $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{\ln|ax+b|}{a} + c$)

21) $\int \frac{1}{4x} dx$ **22)** $\int \frac{1+x+x^2}{x} dx$ **23)** $\int \left(1+\frac{1}{x}\right)^2 dx$

24) $\int \frac{1}{4x-1} dx$ **25)** $\int \frac{x+3}{x+2} dx$ **26)** $\int \frac{4x+1}{x+2} dx$

כתב ופתר – גיא סלומון ©

חשבו את האינטגרלים בשאלות **27-29**:

(פתירה על ידי הכלל: $\int e^{ax+b}dx=\frac{e^{ax+b}}{a}+c$)

27) $\int\left(e^{4x}+e^{-x}\right)dx$

28) $\int\left(e^{x+1}\right)^2dx$

29) $\int\left(4\sqrt{e^x}+\frac{1}{\sqrt[3]{e^{4x}}}\right)dx$

30) חשבו את האינטגרל: $\int\frac{2^x+4^{2x}+10^{3x}}{5^x}dx$

(פתירה על ידי הכלל: $\int a^{mx+n}dx=\frac{a^{mx+n}}{m\ln a}+c$)

חשבו את האינטגרלים בשאלות **31-33**:

31) $\int\frac{1}{1+4x^2}dx$

32) $\int\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}dx$

33) $\int\frac{x^2}{1-x^2}dx$

כתב ופתר – גיא סלומון ©

תשובות סופיות

1) $4x+c$

2) $\frac{x^5}{5}+c$

3) $-\frac{1}{x}+c$

4) $\frac{x^{1.5}}{1.5}+c$

5) $-\frac{2}{\sqrt{x}}+c$

6) $\frac{4x^{11}}{11}+c$

7) $\frac{2x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+x+c$

8) $-\frac{1}{x^3}+\frac{3\sqrt[3]{x^4}}{2}+c$

9) $\frac{x^5}{5}+\frac{2x^3}{3}+x+c$

10) $\frac{x^4}{4}+\frac{2x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x+c$

11) $-\frac{1}{x}+2x+\frac{x^3}{3}+c$

12) $\frac{x^{1.5}}{1.5}+\frac{x^{0.5}}{0.5}+c$

13) $\frac{(4x+11)^{11}}{44}+c$

14) $\frac{(x-1)^{21}}{21}+c$

15) $-\frac{1}{(x-2)^4}+c$

16) $\frac{3}{16}\sqrt[3]{(4x-10)^4}+c$

17) $10\sqrt{2x+4}+c$

18) $-\frac{1}{2(x-1)^2}-\frac{1}{3(x-1)^3}+c$

19) $-\frac{2}{3}\left((x-1)^{3/2}+x^{3/2}\right)+c$

20) $\frac{2}{3}\sqrt{(x+1)^3}-x+c$

21) $\frac{\ln|x|}{4}+c$

22) $\ln|x|+x+\frac{x^2}{2}+c$

23) $x+2\ln|x|-\frac{1}{x}+c$

24) $\frac{\ln|4x-1|}{4}+c$

25) $x+\ln|x+2|+c$

26) $4\left(x-1.75\ln|x+2|\right)+c$

27) $\frac{e^{4x}}{4}-e^{-x}+c$

28) $\frac{e^{2x+2}}{2}+c$

29) $8e^{\frac{x}{2}}-\frac{3e^{-\frac{4x}{3}}}{4}+c$

30) $\frac{\left(\frac{2}{5}\right)^x}{\ln\left(\frac{2}{5}\right)}+\frac{\left(\frac{16}{5}\right)^x}{\ln\left(\frac{16}{5}\right)}+\frac{(200)^x}{\ln(200)}+c$

31) $\frac{1}{2}\arctan(2x)+c$

32) $\arcsin\left(\frac{x}{2}\right)+c$

33) $-\left(x-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|\right)+c$

כתב ופתר – גיא סלומון ©

מציאת פונקציה קדומה

שאלות

1) נתונה הנגזרת הבאה: $f'(x)=2x-\sqrt[3]{4x}$.
ידוע כי הפונקציה עוברת בנקודה $(2,3)$.
מצאו את הפונקציה.

2) נתונה הנגזרת הבאה: $f'(x)=\sqrt[3]{5x+7}$.
ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה $x=4$.
מצאו את הפונקציה.

3) נתונה הנגזרת הבאה: $f'(x)=\frac{10}{\sqrt[5]{x+1}}+(x-1)^2$.
ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- y בנקודה שבה $y=-6$.
מצאו את הפונקציה.

4) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x)=2x-6$.
ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שלה הוא 5.
מצאו את הפונקציה.

5) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x)=\sqrt{x+2}-\sqrt{x-1}+2$.
שיפוע המשיק לפונקציה, בנקודה שבה $y=5\frac{2}{3}$, הוא 3.
מצאו את הפונקציה.

6) נתונה הנגזרת השנייה של פונקציה: $f''(x)=6x+6$.
שיפוע הפונקציה בנקודת הפיתול שלה הוא -12,
וערך הפונקציה בנקודה זו הוא 1.
מצאו את הפונקציה.

7) נתונה הנגזרת השנייה של פונקציה: $f''(x)=1+\frac{8}{x^3}$.
המשיק לפונקציה בנקודת הפיתול שלה הוא הישר $y=-4$.
מצאו את הפונקציה.

כתב ופתר – גיא סלומון ©

8) נתונה פונקציה $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ המקיימת $f(0)=0$,

ונתון בנוסף כי לכל x_0 ממשי: $\lim\limits_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=|x_0|$.

א. מצאו את תחומי הרציפות של הפונקציה.

ב. חשבו את הגבול הבא או קבעו שהוא אינו קיים $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$

ג. מצאו כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה עם ציר ה- x .

ד. מצאו את כל נקודות הפיתול של הפונקציה.

ה. תהי $G(x)$ פונקציה קדומה של $|x|$.

חשבו את הנגזרת $\left(G(x)-f(x)\right)'$.

תשובות סופיות

1) $f(x)=x^2-\frac{3}{16}\sqrt[3]{(4x)^4}+2$

2) $f(x)=\frac{3}{20}\sqrt[3]{(5x+7)^4}-12\frac{3}{20}$

3) $f(x)=12\frac{1}{2}\sqrt[5]{(x+1)^4}+\frac{1}{3}(x-1)^3-18\frac{1}{6}$

4) $f(x)=x^2-6x+14$

5) $f(x)=\frac{2}{3}\sqrt{(x+2)^3}-\frac{2}{3}\sqrt{(x-1)^3}+2x-3$

6) $f(x)=x^3+3x^2-9x-10$

7) $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{4}{x}+3x+2$

8) א. רציפה לכל x . ב. $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$ ג. נקודת חיתוך אחת $(0,0)$.

ד. נקודת פיתול אחת $(0,0)$. ה. 0

כתב ופתר – גיא סלומון ©